Zeitreihenanalytische Verfahren für die Analyse nichtlinearer Systeme

Unterlagen zur Summer School 2010 von

Dipl.-Psych. Dr. Dr. Guido Strunk
guido.strunk@complexity-research.com
www.complexity-research.com
Salisstr. 5-15/6/26 – A-1140 Wien
Weitere Infos unter:
www.complexity-research.com/summerschool.htm

für die Lehrveranstaltung
Günter Schiepek & Guido Strunk
Zeitreihenanalytische Verfahren für die
Analyse nichtlinearer Systeme

1. Grundsteine – Einführung

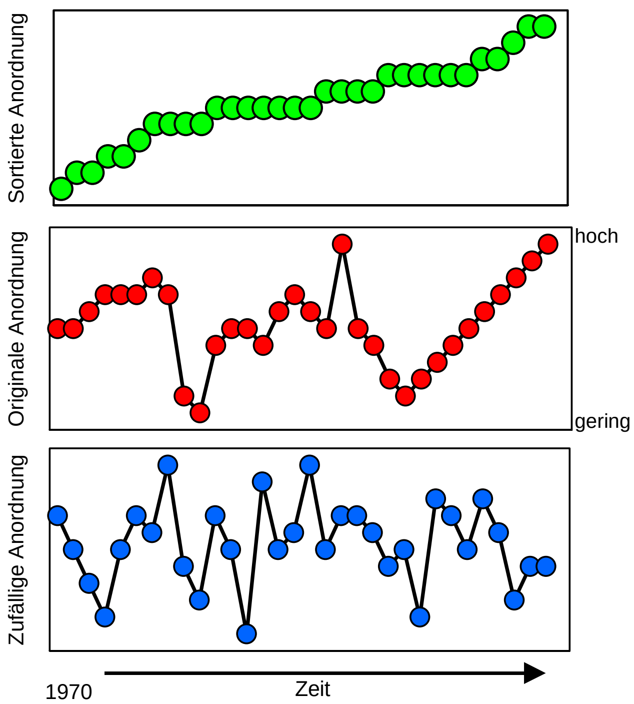
- **Grundproblem.** Wie kann man die Komplexität einer Dynamik bestimmen?
- **Grundthema.** Was sind die Unterscheide zwischen Ordnung, Komplexität und Zufall?
- **Grundlegende Vorgehensweisen.** Wie sieht typischer Weise ein Untersuchungsdesign aus?
- **Grundprinzipien der Datenaufbereitung.** Wie kann eine Dynamik „übersichtlich" aufbereitet werden?
- **Grundprinzipien gängiger Verfahren.** Welche Verfahren messen wie die Ordnung, die Komplexität oder den Zufall?

1.1 Grundproblem. Wie kann man die Komplexität einer Dynamik bestimmen?

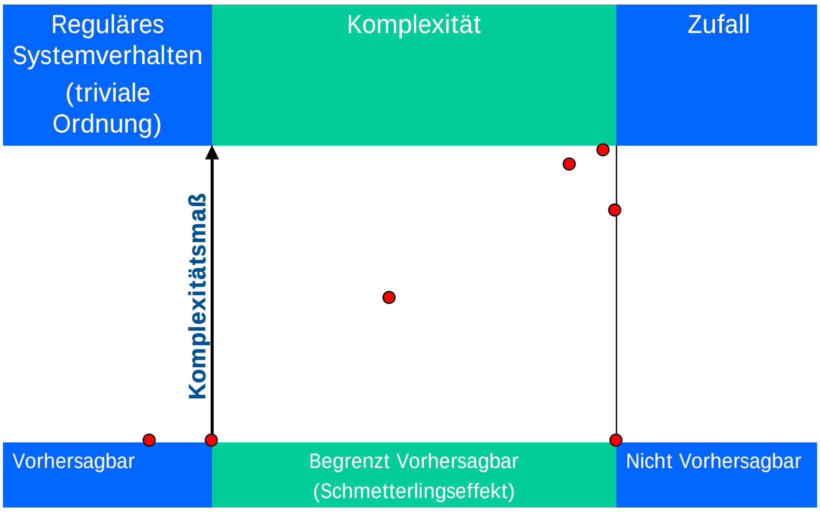
Klassische Mechanik	Chaos-Theorie
Die Natur erfreut sich der Einfachheit. (Isaac Newton, 1687)	Die Natur bevorzugt Komplexität. (Henri Poincaré, 1904)
Komplexität verweist auf ungenügendes Wissen, ist ein Scheinproblem.	Komplexität ist die mathematisch beweisbare Folge aus einer nichtlinearen Dynamik.
Nicht korrelierte Ereignisse gelten als zufällig, was mitunter mit Komplexität verwechselt wird.	Chaos ist geordnet und nicht zufällig, aber dennoch nicht prognostizierbar.
Uhrwerkuniversum.	Schmetterlingseffekt.

Ein Beispiel

Zufriedenheit mit der beruflichen Entwicklung



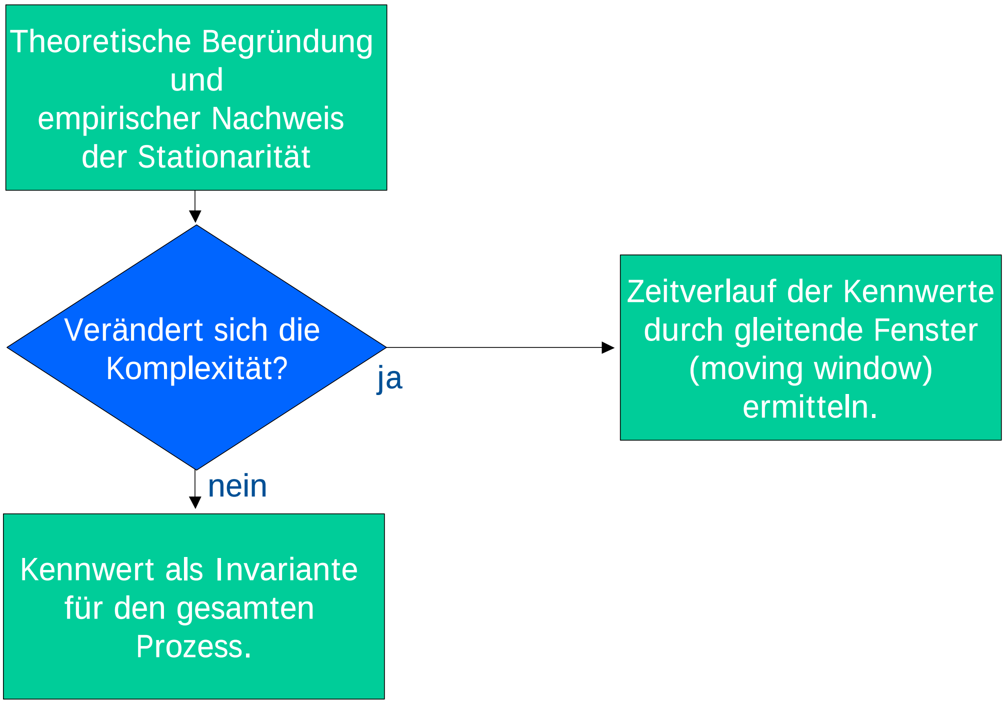
1.2 Abgrenzung und Messung von Komplexität



- **Ordnung feststellen.** Z.B. wie oft wiederholt das System sein Verhalten in fast gleicher Weise (Recurrence Plots)? Gemessen wird der Anteil „einfacher“ regulärer Muster an der Gesamtdynamik.
- **Zufall feststellen.** Kann die Dynamik von Zufall unterschieden werden? Z.B. Permutationsentropie. Diese besitzt ein Maximum, welches maximalem Zufall entspricht.
- **Komplexität konkret messen.** Z.B. den Schmetterlingseffekt identifizieren und quantifizieren. Die Berechnung des Lyapunov-Exponenten schlägt bei Zufall fehl.

2. Grundlegende Vorgehensweisen

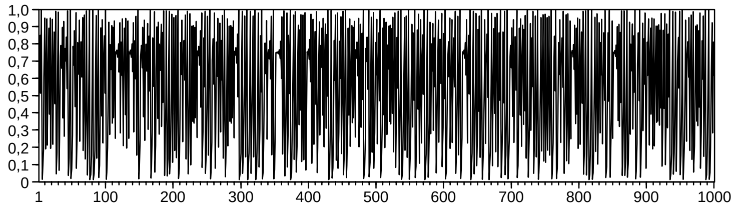
2.1 Stationarität?



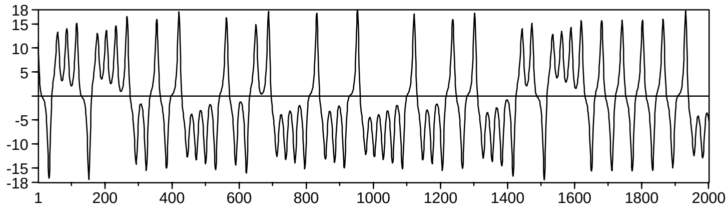
Grundlegende Vorgehensweisen

complexity-research.com

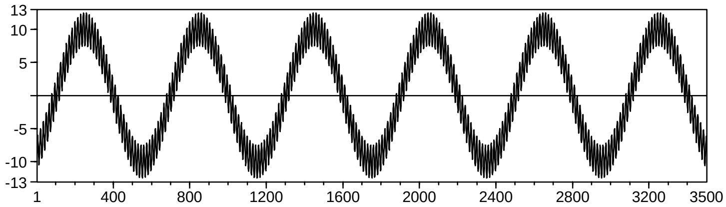
Stationäre Analyse – Beispiele



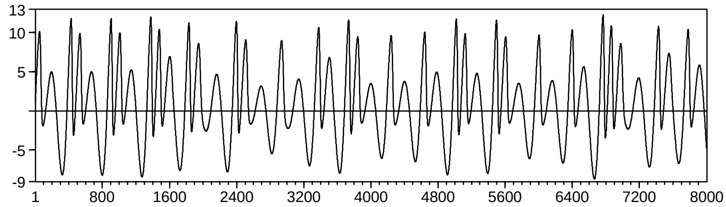
Verhulst-System (r= 4)
D2 = 1,0
LLE = 0,693 (Basis e)



Lorenz-System (x; sigma=10, r=28, b=8/3)
D2 = 2,068
LLE = 0,906 (Basis e)



Sinus plus Sinus
D2 = 1,0
LLE = 0,000

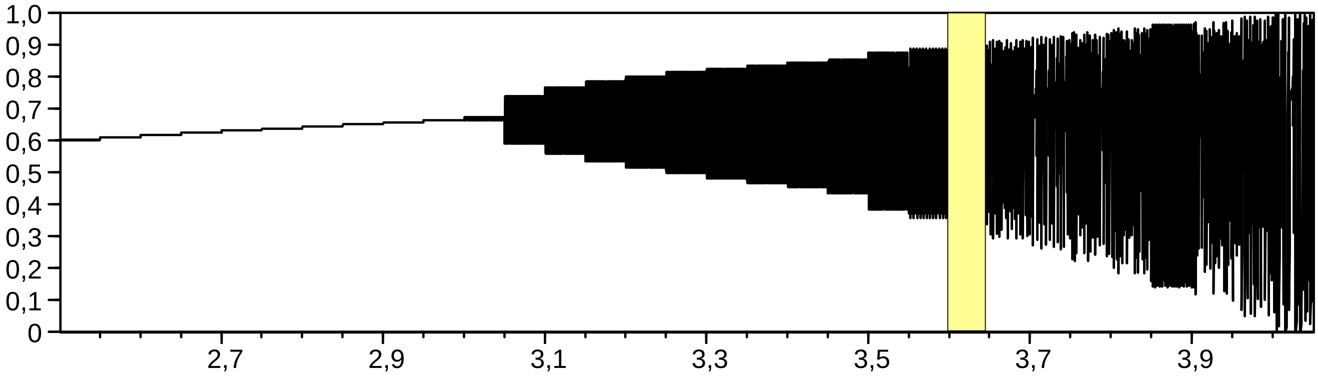


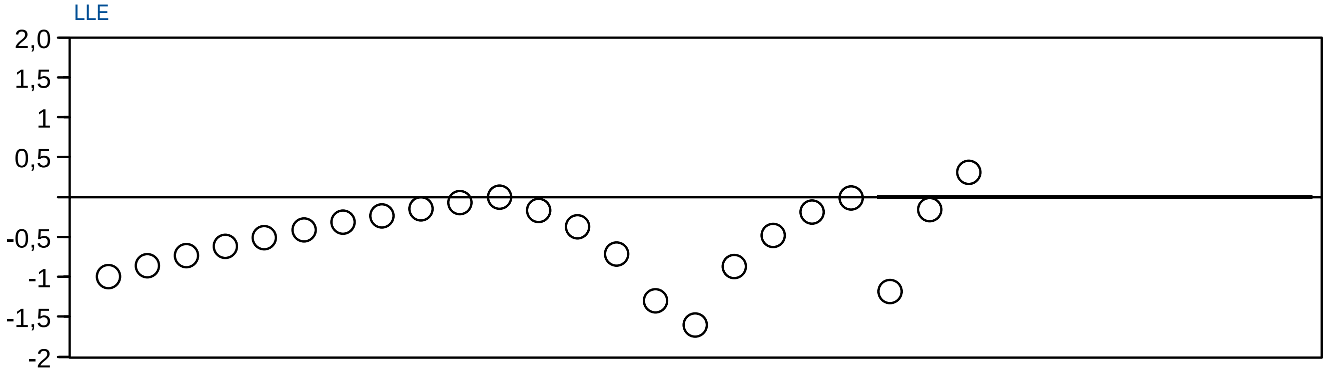
Rössler (x; a=b=0,2, c=5,7)
D2 = 1,991
LLE = 0,071 (Basis e)

Grundlegende Vorgehensweisen

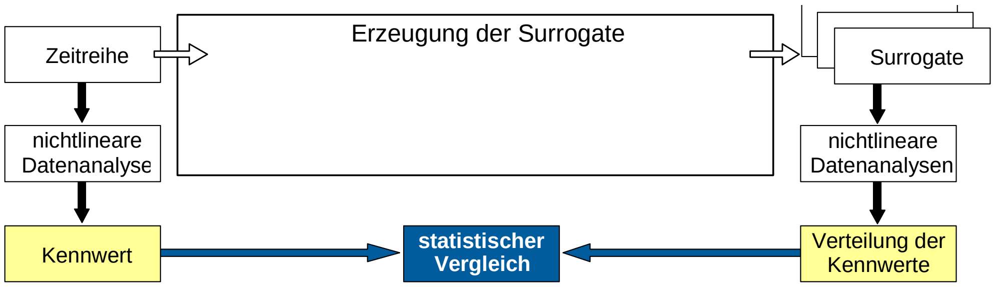
complexity-research.com

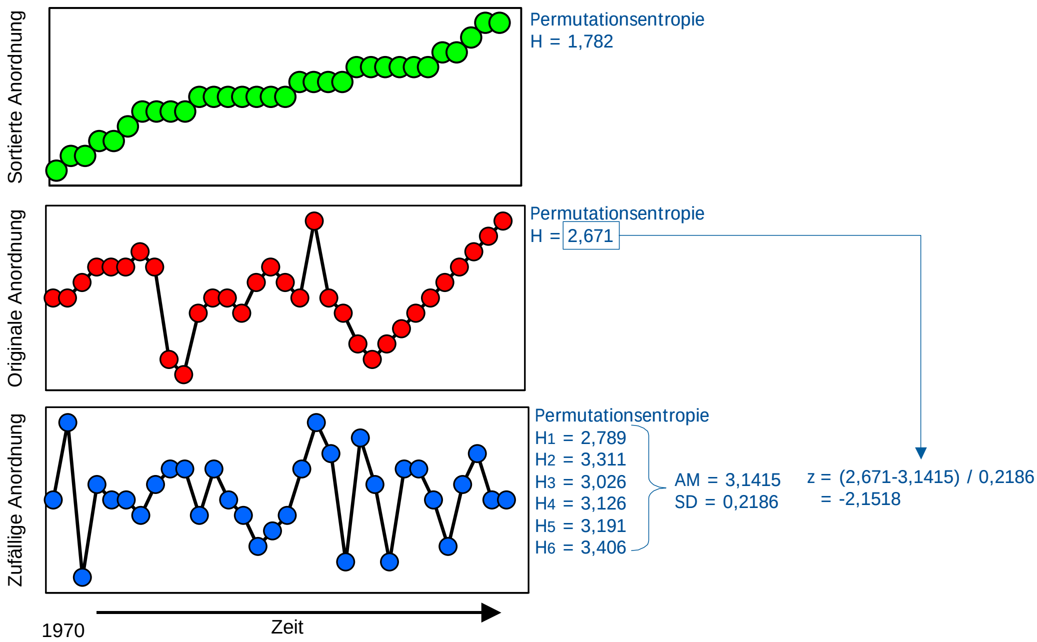
Moving Window





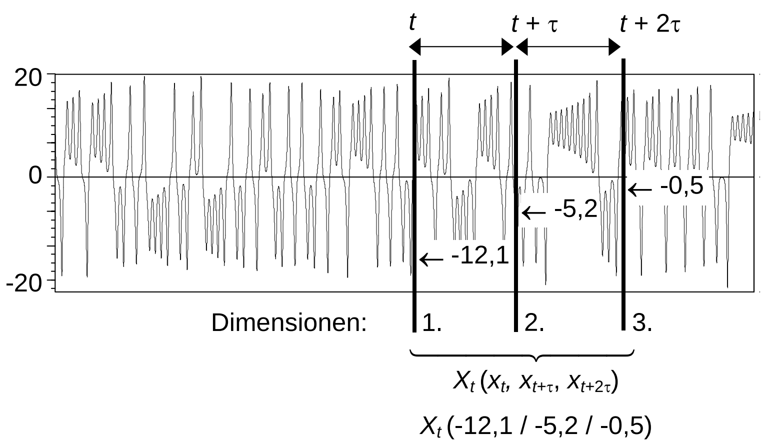
2.2 Surrogatdatenverfahren





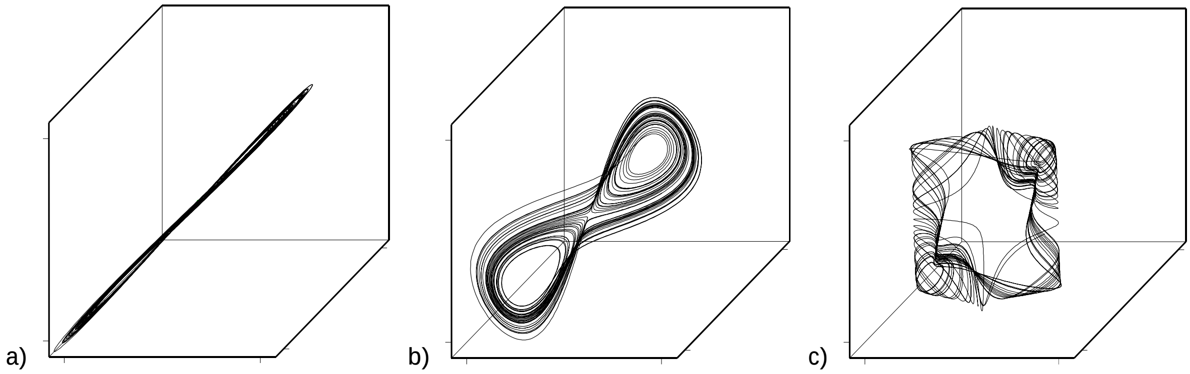
3. Grundprinzipien der Datenaufbereitung

3.1 Phasenraumeinbettung



Schematische Darstellung der Generierung von Zeitverzögerungskoordinaten

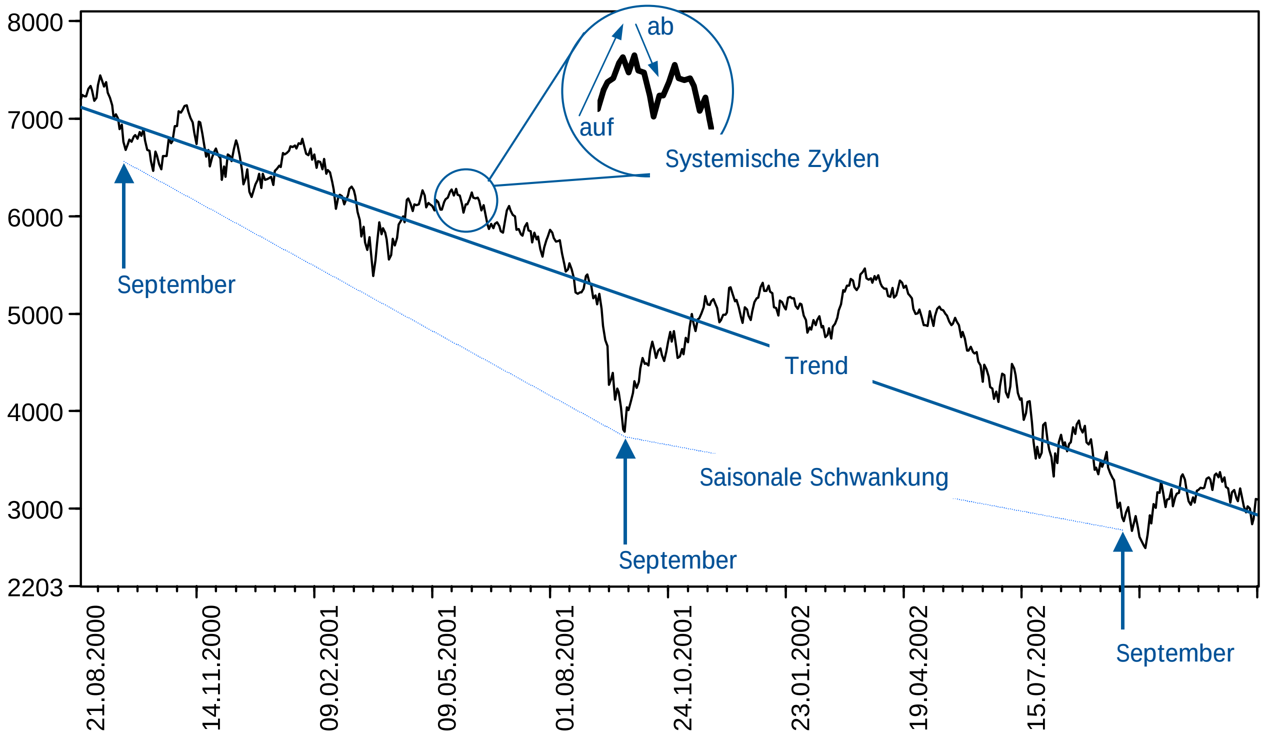
Mehrdimensionale Phasenraumdarstellungen lassen sich auf der Grundlage nur einer Zeitreihe (hier ist es eine Zeitreihe des Lorenz-Systems) erzeugen. Für eine 3-dimensionale Einbettung wird nun ein Messwert x bei t, einer bei $t + \tau$ und einer bei $t + 2\tau$ abgelesen und in dieser Reihenfolge den drei Dimensionen zugeordnet. Dieses Vorgehen wird nacheinander für jeden Messzeitpunkt, also für alle t wiederholt. Das Verfahren ist nicht auf drei Dimensionen begrenzt. Die Komponente für eine vierte Dimension ist nach dem gleichen Prinzip gegeben durch $t + 3\tau$ etc. Für eine „realgetreue“ Einbettung des Systems über dieses Verfahren gilt es zunächst, eine passende Zeitverzögerung τ zu bestimmen und festzulegen, wie viele Dimensionen insgesamt betrachtet werden sollen.

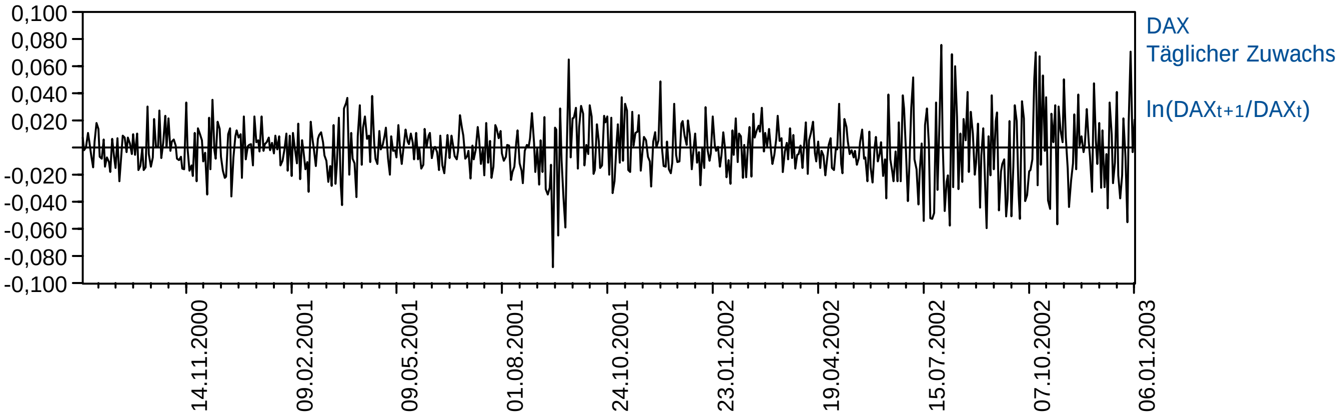


Phasenraumeinbettung des Lorenz-Attraktors für verschiedene Time-Lags

Das Time-Lag in a) ist mit einem Wert von eins eindeutig zu klein gewählt. Der Attraktor kann sich nicht entfalten und gruppiert sich im Wesentlichen entlang der Raumdiagonalen. Das Time-Lag in b) ist optimal gewählt. Es hat einen Wert von sechs. Das Time-Lag in c) ist mit einem Wert von 18 eindeutig zu hoch gewählt. Der Attraktor „kollabiert".

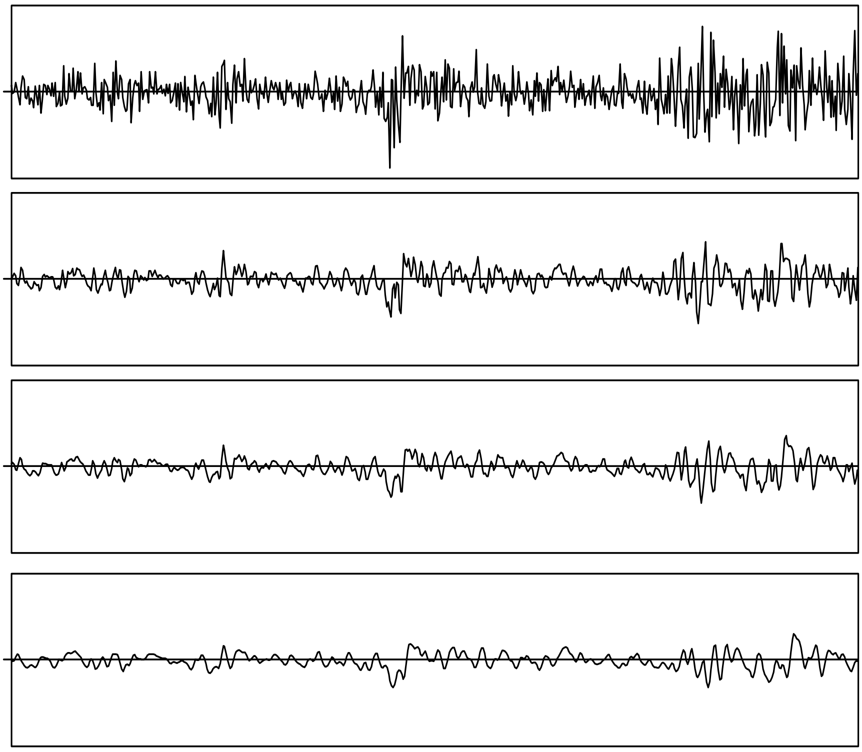
3.2 Signaltrennung





Grundprinzipien der Datenaufbereitung complexity-research.com

Einfache Rauschunterdrückung durch gleitende Mittelwerte

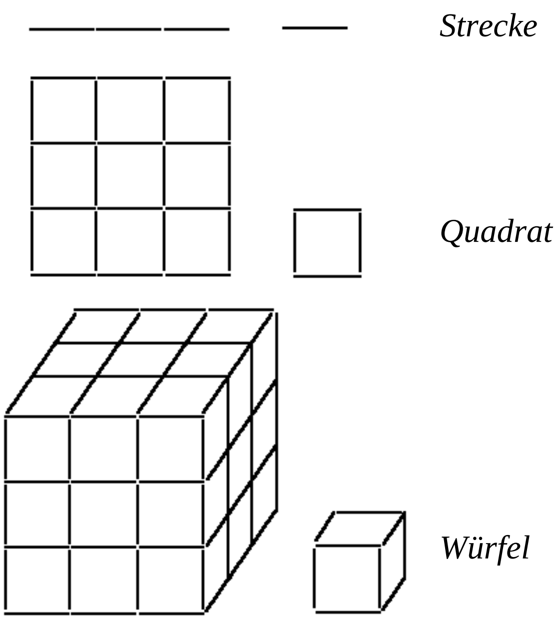


4. Grundprinzipien gängiger Verfahren

4.1 Fraktale Geometrie – D2 / PD2

Grundprinzipien gängiger Verfahren complexity-research.com

Dimensionalität geometrischer Objekte

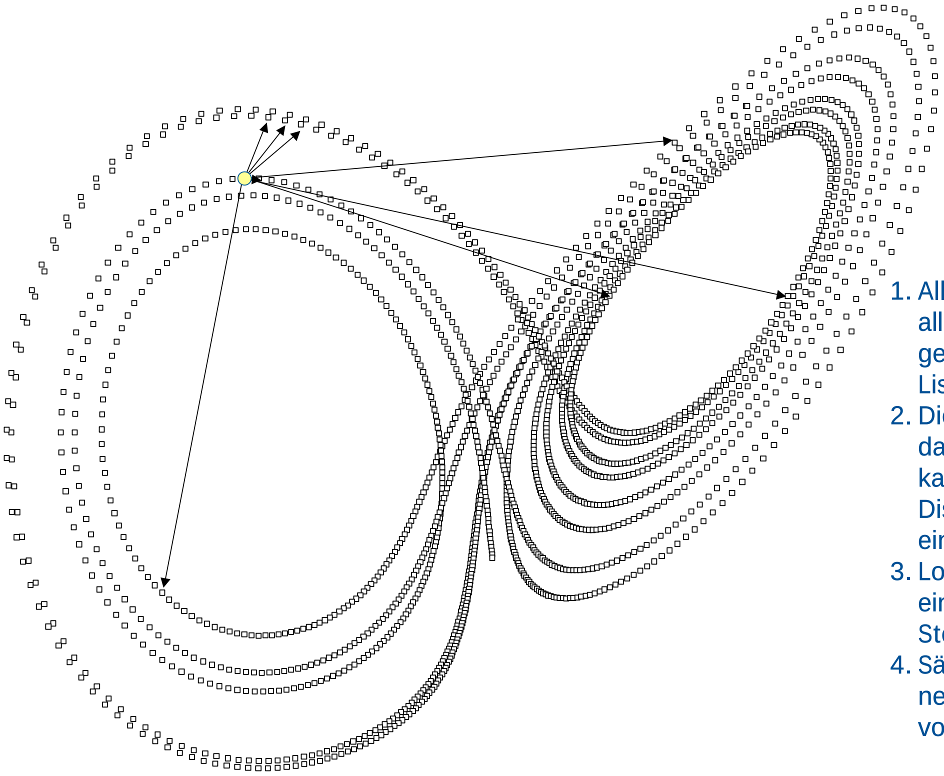


$$N = \varepsilon^{D}$$

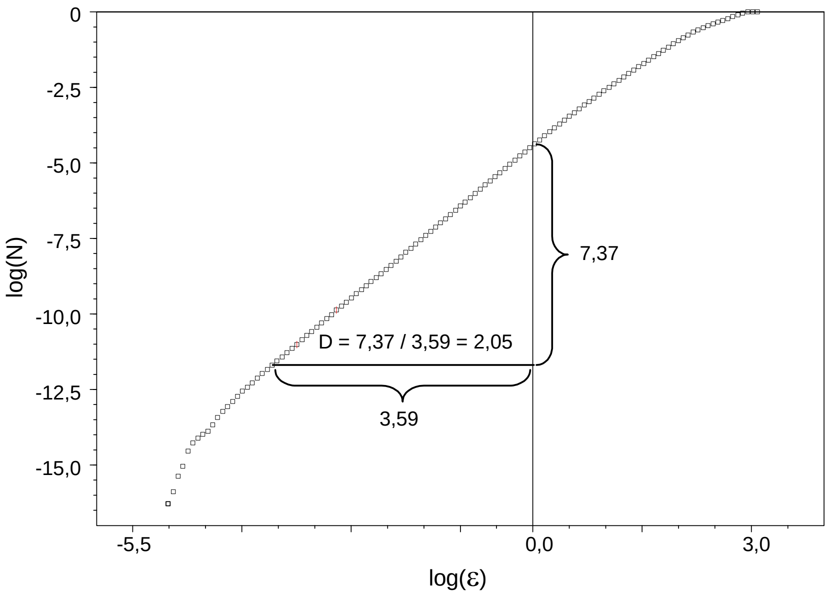
ε: Verkleinerungsfaktor des Vergleichskörpers
D: Dimensionalität
N: Anzahl der Vergleichskörper

Grundprinzipien gängiger Verfahren complexity-research.com

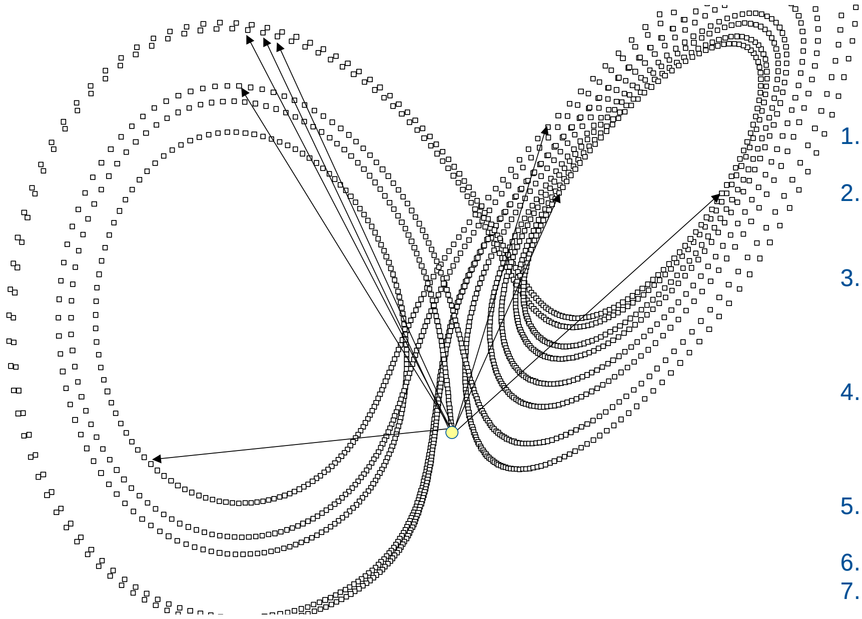
Korrelationsdimension des Lorenz-Systems



1. Alle Abstände zwischen allen Punkten werden gemessen und in einer Liste notiert.
2. Die Liste wird sortiert, so dass man leicht zählen kann (N) wie viele Distanzen kleiner sind als eine Vergleichsdistanz (ε).
3. Log(N) und Log(ε) bilden eine Grafik deren Steigung D2 heißt.
4. Sättigung für verschiedene Einbettungen muss vorliegen.



- Das Time-Lag muss passen.
- Es müssen genügend Datenpunkte vorhanden sein, damit das Verfahren sinnvoll angewendet werden kann.
- Eigentlich muss man schon vorher wissen, wie viel Dimensional das System ist, weil die Berechnung nur funktioniert, wenn der Phasenraum genügend dimensioniert ist. Da man von vornherein nicht weiß, ob ein System in einen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 etc. -dimensionalen Phasenraum passt werden alle nacheinander ausprobiert. Ab der passenden Dimension, ändert sich das Berechnungsergebnis kaum noch. Es stellt sich eine Sättigung ein und man kann die Berechnung abbrechen.
- Stellt sich keine Sättigung ein, so sind die Daten zufällig verteilt und besitzen keine fraktale Ordnung.



1. Jeder Datenpunkt ist einmal Fokuspunkt.
2. Die Abstände zu den anderen Punkten werden gemessen und in einer Liste notiert.
3. Die Liste wird sortiert, so dass man leicht zählen kann (N) wie viele Distanzen kleiner sind als eine Vergleichsdistanz (ε).
4. Log(N) und Log(ε) bilden eine Grafik deren Steigung PD2 heißt und lokal für den Fokuspunkt gilt.
5. Sättigung für verschiedene Einbettungen muss vorliegen.
6. PD2 für Fokuspunkt speichern.
7. Nächster Fokuspunkt.

4.2 Schmetterlingseffekt – Lyapunov-Exponent LLE

- Chaos ist weder einfache Ordnung noch Zufall. Chaos ist also der Prototyp für Komplexität. Das einzige Verfahren zum direkten Nachweis von Chaos ist der Lyapunov Exponent (LE).
- Ist der größte LE (LLE) positiv, liegt Chaos vor.
- Der LLE misst das Ausmaß der exponentiellen Divergenz (Schmetterlingseffekt) nahe benachbarter Trajektorien im Phasenraum.
  - Liegt exponentielle Divergenz vor, so ist der LLE > 0 (Chaos).
  - Verlaufen die Trajektorien parallel, divergieren und konvergieren nicht, dann ist der LLE = 0.
  - Konvergieren die Trajaktorien, so ist der LLE < 0.
- Geht der LLE im Zeitverlauf plötzlich auf 0 (Kritisches Langsamer Werden) und verlässt diesen Wert bald wieder, so liegt ein Phasenübergang vor.

Grundprinzipien gängiger Verfahren complexity-research.com

LLE – Rosenstein Algorithmus

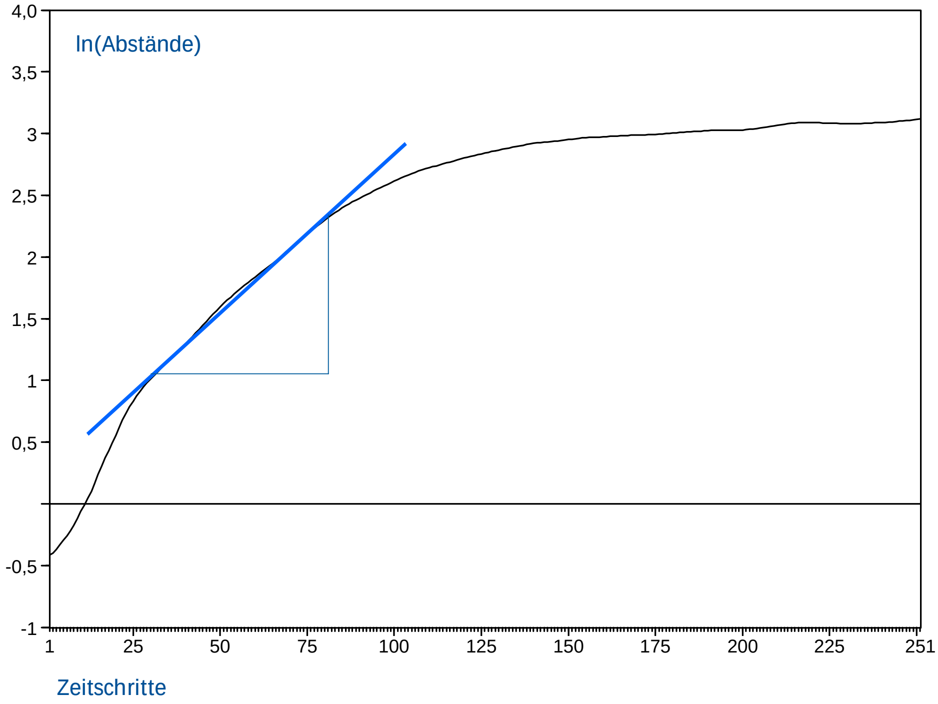
1. Jeder Datenpunkt ist einmal Fokuspunkt
2. Ausschluss von Vorgängern und Nachfolgern um den Fokus
3. Suche nächsten Nachbarn
4. Nachbar wird für Zukunft ausgeschlossen
5. Verfolge beide Punkte eine Zeit lang und registriere die Abstände
6. Wähle Fokuspunkt direkt nach dem letzten Fokuspunkt und beginne erneut mit 2
7. Wenn alle Punkte bearbeitet sind, mittel die Abstände

Grundprinzipien gängiger Verfahren

complexity-research.com

LLE – Rosenstein Algorithmus

1. Jeder Datenpunkt ist einmal Fokuspunkt
2. Ausschluss von Vorgängern und Nachfolgern um den Fokus
3. Suche nächsten Nachbarn
4. Nachbar wird für Zukunft ausgeschlossen
5. Verfolge beide Punkte eine Zeit lang und registriere die Abstände
6. Wähle Fokuspunkt direkt nach dem letzten Fokuspunkt und beginne erneut mit 2
7. Wenn alle Punkte bearbeitet sind, mittel die Abstände
8. Logarithmiere die Abstände
9. Identifiziere linearen Abschnitt und bestimme die Steigung. Diese ist der LLE



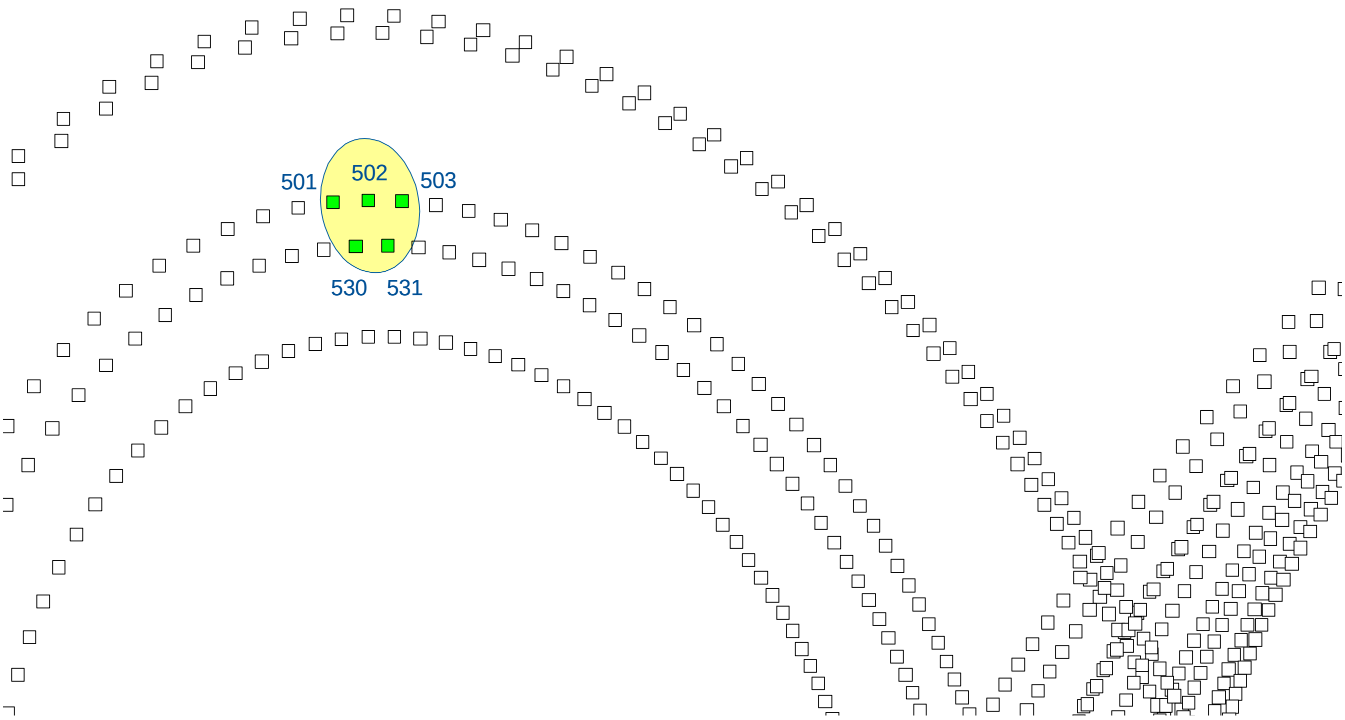
4.3 Beinahe gleich – Recurrence Plots

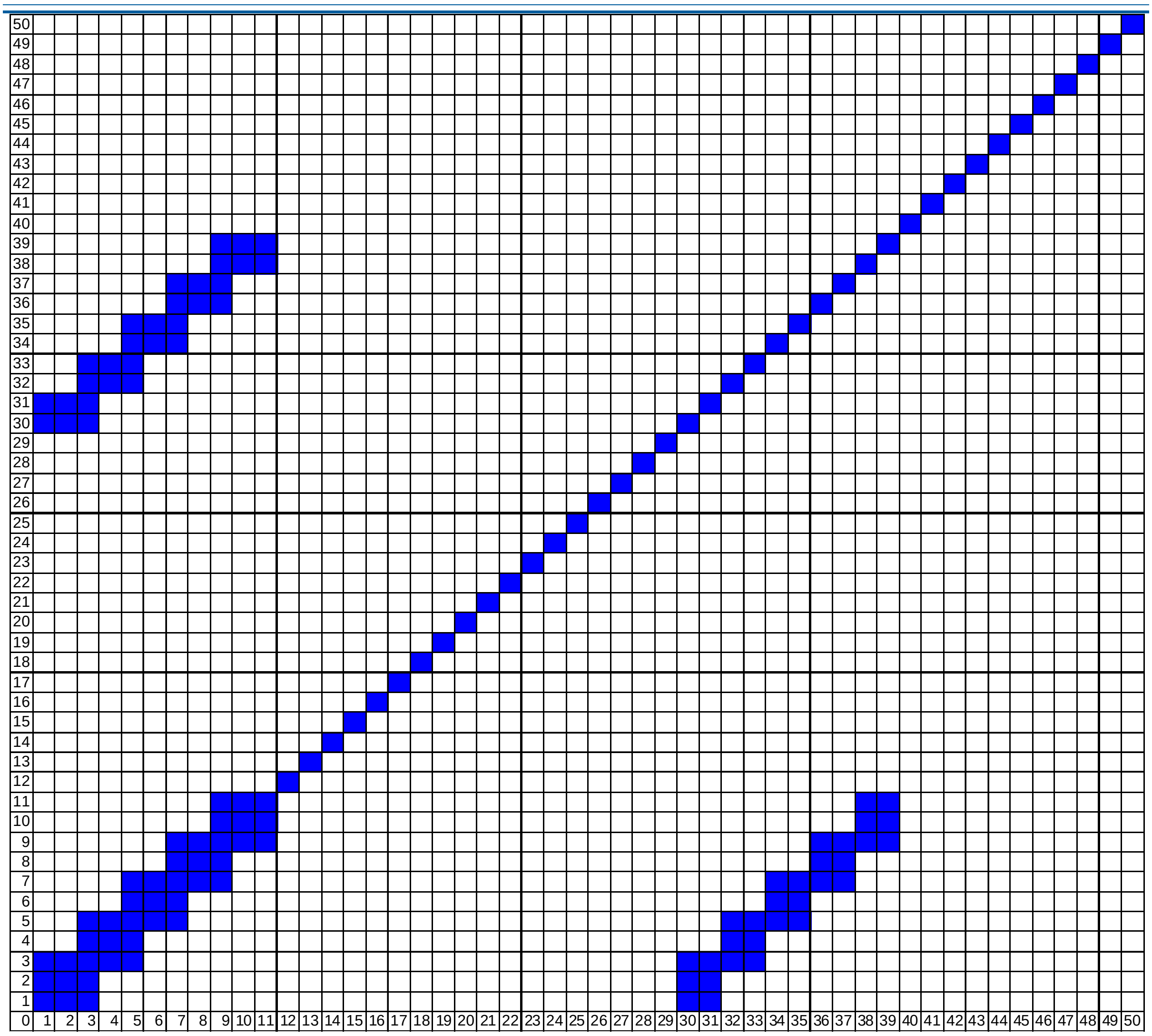
Sind zwei Datenpunkte einander sehr ähnlich, so wiederholt sich das System in seinem Verhalten. Solche Widerholungen werden gesucht, grafisch dargestellt und interpretiert.

Grundprinzipien gängiger Verfahren

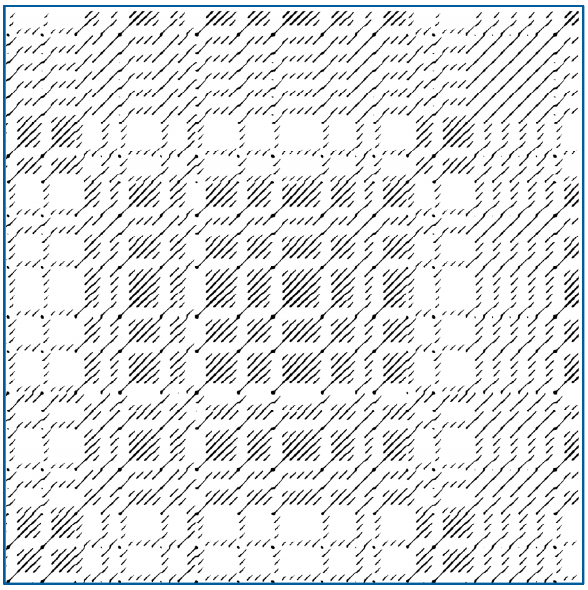
complexity-research.com

Recurrence Plots

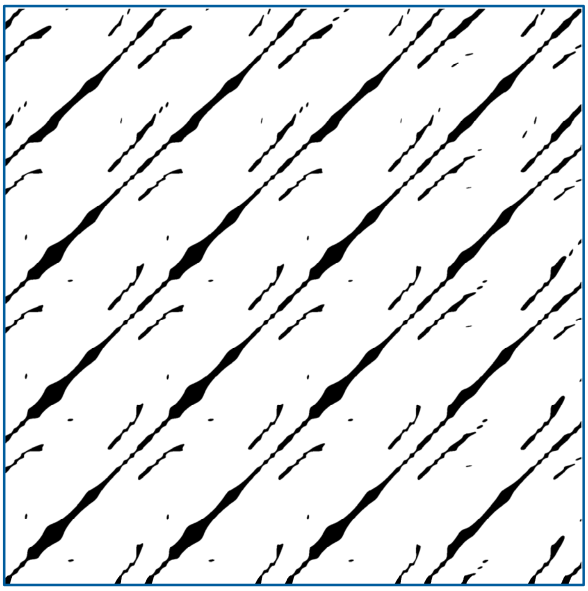




Lorenz-System



Rössler-System



- **Recurrence Rate.** Die Recurrence Rate setzt die Anzahl der Recurrence Punkte in ein Verhältnis zur Anzahl möglicher Punkte.
- **Determinismus.** Da diagonale Linien auf deterministische Anteile hinweisen, ist der Determinismus definiert als Prozentsatz derjenigen Recurrence Punkte, die diagonale Linien bilden.
- **Laminarität.** Da vertikale Linien auf Laminarität (also Intermittenzen) hinweisen, ist die Laminarität definiert als Prozentsatz derjenigen Recurrence Punkte, die vertikale Linien bilden.
- **Verhältnis von Determinismus zur Recurrence Rate.** Das Verhältnis von Determinismus zur Recurrence Rate (RATIO) normiert den Determinismus-Kennwert auf die Zahl der Recurrence Punkte insgesamt. An einem plötzlichen Rückgang des Wertes im Zeitverlauf kann möglicherweise ein Phasenübergang identifiziert werden
- **Divergenz.** Der Kehrwert der längsten Diagonalen wird als Divergenz bezeichnet und steht in einem Zusammenhang mit dem LLE, ist aber nicht mit diesem identisch.

4.4 Komprimierbarkeit – Grammar Complexity

- Auch hinter einer chaotischen Dynamik steht ein deterministisches System. Selbst einfache Systeme können ein komplexes Verhalten hervorbringen.
- Die Theorie der algorithmischen Entropie such einen Algorithmus der die Daten erzeugen kann. Ist der Algorithmus „einfach“, so sind die Daten wenig komplex.
- Eine komprimierte Datei ist ein Algorithmus zur Wiederherstellung der Originaldatei.
- Kann eine Datei nicht komprimiert werden, dann enthält sie nur wenig Ordnung.
- Das Ausmaß der Komprimierung ist ein Maß für die Ordnung in der Datei.

Beispiele:

B U A B U A B U A B U A B U A 15 Symbole
A B U B U A B B A B U A U A U 15 Symbole
B U U B U B U A U B A A A A B 15 Symbole

Berechnung der Grammar Complexity:

B U A B U A B U A B U A B U A 15 Symbole

2er-Folgen suchen ...

0 = B U

0 A 0 A 0 A 0 A 0 A 10 Symbole + 2 Symbole

2er-Folgen suchen ...

0 = B U 1 = 0 A

1 1 1 1 1 5 Symbole + 4 Symbole

2er-Folgen suchen ... 3er-Folgen suchen ...

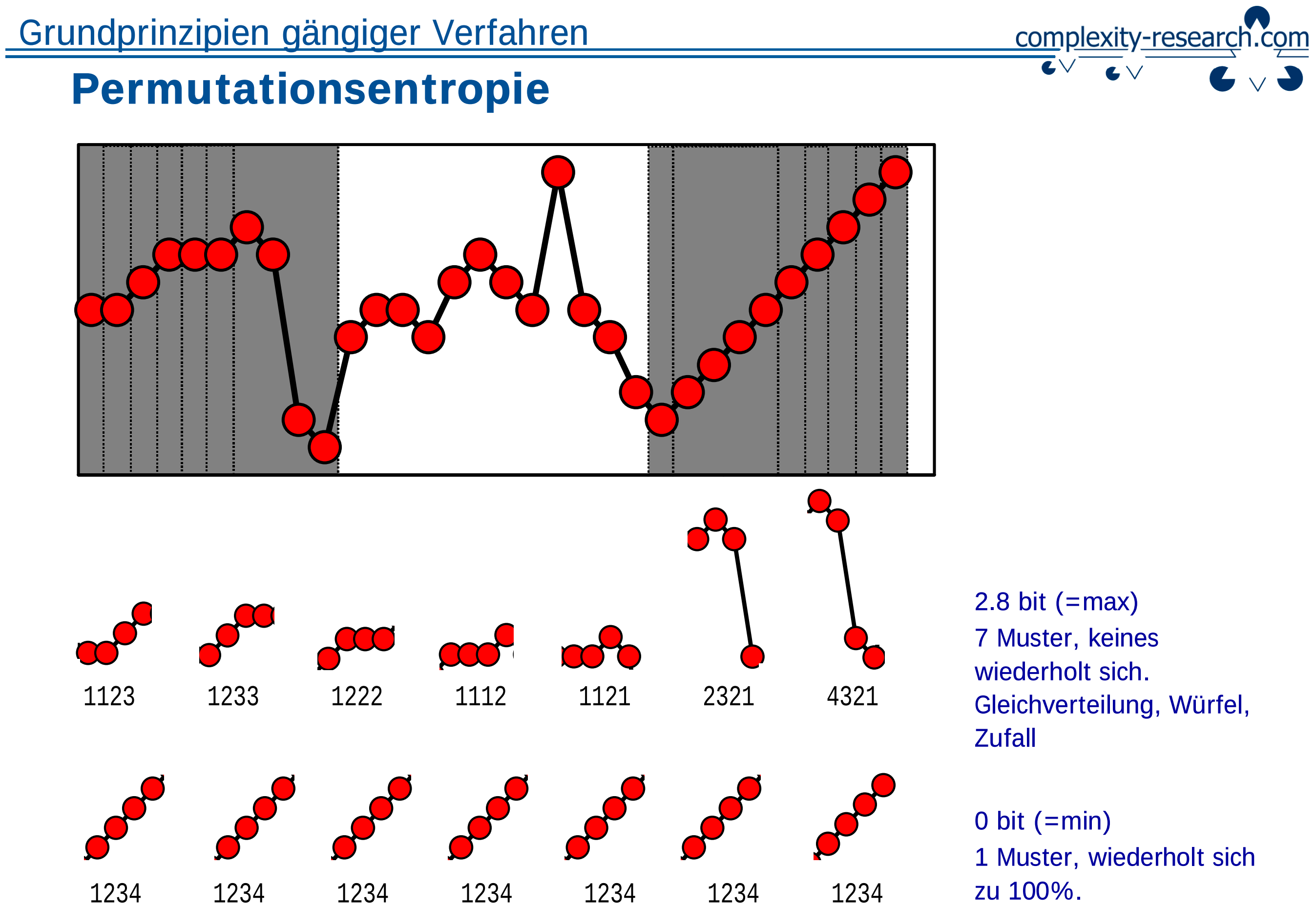
Vereinfachung durch Potenzschreibweise ...

1^5 1 Symbol + 4 Symbole + Potenz 5
0 = B U 1 = 0 A

Grammar Complexity = 1 + 4 + $[\log_2 5]$ = 7

4.5 Entropie-Maße: Shannon / Permutationsentropie / Zentraltendenztransformator

- In Zentrum steht die Frage, ob ein Folgeereignis aus Vorgängerereignissen vorhergesagt werden kann.
- War in der Vergangenheit jedes mögliche Ereignis gleichwahrscheinlich, dann ist eine treffsichere Vorhersage nicht möglich (Zufall).
- Kam in der Vergangenheit ein bestimmtes Ereignis häufiger vor, so besteht eine höhere Wahrscheinlichkeit, dass dieses Ereignis auch in Zukunft häufiger vorkommt. Eine Prognose ist hier mehr oder minder möglich.
- Eine Gleichverteilung bedeutet maximale Unsicherheit.
- Eine Ungleichverteilung bedeutet Vorhersagbarkeit.
- Shannon hat eine Methode entwickelt diese Gleich- oder Ungleichverteilung zu messen.
- Es ist bei dieser Methode egal, ob Autos gezählt werden oder Buchstaben eines Textes oder Messwerte einer Zeitreihe. Kommt jede Automarke gleich häufig vor, ist nicht vorhersagbar, welches Auto eine Person fährt.



5. Literatur

Grundproblem. Wie kann man die Komplexität einer Dynamik bestimmen?
Abgrenzung und Messung von Komplexität

Strunk G (2009) *Die Komplexitätshypothese der Karriereforschung*. Peter Lang, Frankfurt

Strunk G (2009) Operationalizing Career Complexity. *Management Revue,* 20 (3), S. 294-311

Stationarität?

Strunk G, Haken H & Schiepek G (2006) *Ordnung und Ordnungswandel in der therapeutischen Kommunikation*. In: Haken H & Schiepek G (Hrsg) *Synergetik in der Psychologie. Selbstorganisation verstehen und gestalten*. Hogrefe, Göttingen, S. 462-517

Surrogatdatenverfahren

Strunk G & Schiepek G (2006) *Systemische Psychologie*. Eine Einführung in die komplexen Grundlagen menschlichen Verhaltens. Spektrum Akademischer Verlag, München

Phasenraumeinbettung

Strunk G & Schiepek G (2006) *Systemische Psychologie*. Eine Einführung in die komplexen Grundlagen menschlichen Verhaltens. Spektrum Akademischer Verlag, München

Signaltrennung

Salomonowitz E, Strunk G, Stadlbauer A, Dürselen L & Güntert B (2008) Dynamische Evaluierung der Effekte von Qualitätsmanagement. *Röntgenforschung,* 180 (9), S. 798-803

Fraktale Geometrie – D2 / PD2
Komprimierbarkeit – Grammar Complexity
Schmetterlingseffekt – Lyapunov-Exponent LLE

Strunk G, Haken H & Schiepek G (2006) Ordnung und Ordnungswandel in der therapeutischen Kommunikation. In: Haken H & Schiepek G (Hrsg) *Synergetik in der Psychologie. Selbstorganisation verstehen und gestalten*. Hogrefe, Göttingen, S. 462-517

Strunk G & Schiepek G (2006) Systemische Psychologie. Eine Einführung in die komplexen Grundlagen menschlichen Verhaltens. Spektrum Akademischer Verlag, München

Strunk G (2009) *Die Komplexitätshypothese der Karriereforschung*. Peter Lang, Frankfurt

Beinahe gleich – Recurrence Plots
Entropie-Maße: Shannon / Permutationsentropie / Zentraltendenztransformator

Strunk G (2009) *Die Komplexitätshypothese der Karriereforschung*. Peter Lang, Frankfurt